Corso di laurea in Fisica, a.a. 2020/21, Analisi - 14 aprile 2021 (appello straordinario)
(N. Ansini - G. Galise - C. Pinzari- M. Ponsiglione)

Nome: *Cognome:*

Esercizio 1 Siano $a_n = \dfrac{n+3}{n^3+n^2+4}$ e b_n tale che $b_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Allora:

1. la serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n \cos(b_n)$ è convergente V F
2. la successione a_n è definitivamente decrescente V F
3. la successione $c_n = \log(b_n)$ è limitata V F
4. $\lim_{n\to+\infty} \sin(a_n)$ non esiste V F

Esercizio 2 Si considerino le funzioni $f(x) = 1/(1-x)$ e $g(x) = 1/(1+x)$.
Sia $R_n(x, 0)$ il resto dello sviluppo di Taylor di f all'ordine n-esimo

1. $f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + o(x^3)$ per $x \to 0$ V F
2. se $|x| < 1$ allora $\lim_{n\to+\infty} R_n(x; 0) = 0$ V F
3. $g(x) = 1 - x - x^2 - x^3 + o(x^3)$ per $x \to 0$ V F
4. $f^{(4)}(0) = 1$ V F

Esercizio 3 Si consideri la funzione $f(x) = 1/(1-x^2)$

1. f ammette massimo e minimo in $[-1, 1]$ V F
2. f è concava V F
3. $\sup_{x\in(-1,1)} f(x) = +\infty$ V F
4. f è derivabile infinite volte in $x = 0$ V F

Esercizio 4 Si consideri la funzione $f(x) = \sqrt{1-x^2}$. Risulta:

1. $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx = \frac{\pi}{4}$ V F
2. $\displaystyle\int_{-1}^1 x f(x)\,dx < 0$ V F
3. La funzione $F(x) = \displaystyle\int_0^x f(t)\sin^2(t)\,dt$ è crescente nell'intervallo $[-1, 1]$ V F
4. La funzione $G(x) = \displaystyle\int_{-1}^x f(t)\,dt$ è convessa nell'intervallo $(-1, 0)$ V F

Esercizio 5 Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - y' - 2y = x^2 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0\,. \end{cases}$$

Esercizio 6 Data la funzione

$$f(x) = \frac{x}{4x+1}e^{-x}$$

determinare il dominio, studiare il segno, calcolare i limiti agli estremi degli intervalli di definizione, determinare gli intervalli di continuità, derivabilità, monotonia, i massimi e i minimi locali e assoluti se esistono, e disegnare un grafico qualitativo.